

概率



知识储备

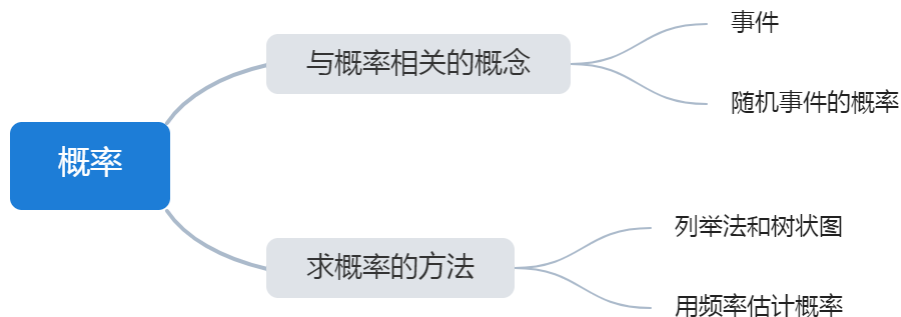
想要课堂效率高，知识储备很重要



- 1、调查分为：全面调查和抽样调查。
- 2、抽样的方法有：简单随机抽样、系统抽样、分层抽样。
- 3、总体、个体以及样本的概念：
 - ①总体：考察对象的全体叫做总体
 - ②个体：总体中每一个考察对象叫做个体。
 - ③样本：从总体中所抽取的一部分个体叫做总体的一个样本。
 - ④样本容量：样本中个体的数目叫做样本容量。样本容量只是一个数字，不带单位。
- 4、常见的统计图有：条形图、扇形图、折线图及直方图。
- 5、数据的分析
 - ①众数：一组数据中出现次数最多的数据称为这组数据的众数。
 - ②中位数：将一组数据按照由小到大（或由大到小）的顺序排列，
如果数据的个数是奇数，则称处于中间位置的数为这组数据的中位数；如果数据的个数是偶数，则称中间两个数据的平均数为这组数据的中位数。
 - ③平均数：一般的，对于 n 个数 $x_1, x_2, \dots, x_n$ ，平均数 $= \frac{\text{所有数的总和}}{\text{数的个数}}$ 。
平均数反映了这组数据的集中趋势。
 - ④方差：方差越大，数据波动越大；方差越小，数据波动越小。
 - ⑤极差：一组数据中的最大数据与最小数据的差叫做极差。



本节导图



一、与概率相关的基本概念

1. 事件

 线索	 笔记
事件	必然事件：事先能肯定一定发生的事件称为必然事件． 不可能事件：事先能肯定一定不发生的事件称为不可能事件． 确定事件：事先能肯定它是否发生的事件称为确定事件，必然事件和不可能事件都是确定事件． 不确定事件（随机事件）：事先不能肯定它会不会发生的事件称为不确定事件．
 总结	

2. 随机事件的概率

 线索	 笔记
概率	随机事件A发生的可能性的的大小．记为$P(A)$． 设n为事件A包含的可能结果数，m为所有可能结果总数，则$P(A) = \frac{n}{m}$． 对于任何一个事件A，它的概率$P(A)$满足$0 \leq P(A) \leq 1$． 必然事件的概率是1，不可能事件的概率是0．
 总结	

例题

1. 下面给出的事件中，概率为1的事件有（ ）个．

（1）打开电视机，正在播放新闻；

- (2) 太阳每天从东方升起；
(3) “非典型性肺炎”病毒最终一定会被人类征服；
(4) 人体吸入大量煤气（一氧化碳）会中毒．

A. 0个 B. 1个 C. 2个 D. 3个

【答案】 D

【解析】 (1) 打开电视机，正在播放新闻，是可能事件，
(2) 太阳每天从东方升起，是必然事件，
(3) “非典型性肺炎”病毒最终一定会被人类征服，是必然事件，
(4) 人体吸入大量煤气（一氧化碳）会中毒，是必然事件，
必然事件有(2)(3)(4)3个．

【标注】【知识点】必然事件

2. “三次投掷一枚硬币，三次正面朝上”这一事件是()．

A. 必然事件 B. 随机事件 C. 确定事件 D. 不可能事件

【答案】 B

【解析】 “三次投掷一枚硬币，三次正面朝上”这一事件是随机事件，
故选：B．

【标注】【知识点】随机事件

3. 指出下列事件中是随机事件的个数()．

①投掷一枚硬币正面朝上；②明天太阳从东方升起；③五边形的内角和是 560° ；④购买一张彩票中奖．

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

【答案】 C

【解析】 掷一枚硬币正面朝上是随机事件；
明天太阳从东方升起是必然事件；
五边形的内角和 560° ，C是不可能事件；
购买一张彩票中奖是随机事件；
所以随机事件是2个，故选C．

【标注】【知识点】随机事件

4. 下列有四种说法：①了解某一天出入南京市的人口流量适合用普查方式；②“在2014年出生的367名儿童中，至少有两人的生日是同一天”是必然事件；③“打开电视机，正在播放新闻联播”是随机事件；④如果一件事发生的概率只有十万分之一，那么它仍是可能发生的事件．其中正确的说法是（ ）．
- A. ①②③ B. ②③④ C. ①②④ D. ①③④

【答案】 B

【解析】 了解某一天出入南京市的人口流量最适合用抽样调查方式．

【标注】【知识点】随机事件

5. 任意写出一个奇数和一个偶数，则两数之和是偶数的概率是（ ）．
- A. 0 B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1

【答案】 A

【解析】 $\because$ 奇数+偶数=奇数，
 $\therefore$ 奇数+偶数=偶数是不可能事件，而不可能事件的概率是0．

【标注】【知识点】不可能事件

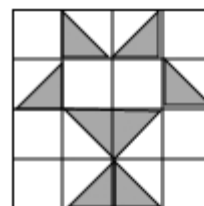
6. 从一副扑克牌中随机抽取一张，它恰好是Q的概率为（ ）．
- A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{2}{27}$ C. $\frac{1}{36}$ D. $\frac{1}{54}$

【答案】 B

【解析】 一副扑克牌共有54张，其中只有4张Q，
 $\therefore$ 从一副扑克牌中随机抽出一张牌，得到Q的概率是 $\frac{4}{54} = \frac{2}{27}$ ．

【标注】【知识点】列举法求概率

7. 如果小球在如图所示的地面上自由滚动，并随机停留在某块方砖上，每块方砖大小、质地完全一致，那么它最终停留在黑色区域的概率是（ ）．



A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{5}$

D. $\frac{1}{6}$

【答案】 B

【解析】 ∵由图可知，黑色方砖4块，共有16块方砖，
 $\therefore$ 黑色方砖在整个区域中所占的比值 $= \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ ，
 $\therefore$ 它停在黑色区域的概率是 $\frac{1}{4}$ 。

【标注】【知识点】几何概型

练习

8. 下列事件中是必然事件的是（ ）。
- A. 任意五边形的外角和等于 540°
 - B. 投掷一枚硬币100次，正面朝上的次数为50次
 - C. 380个人中，至少有2个人的生日相同
 - D. 12月1号武汉有雪

【答案】 C

【解析】 多边形的外角和等于 360° ，故A选项是不可能事件。
 一年只有365天，380个人中必有人生日相同，故C选项是必然事件。
 选项B、D可能发生也可能不发生，故为随机事件。

【标注】【知识点】随机事件

9. 有四条线段长度为3cm，4cm，5cm，6cm，从中任意取三条线段能组成三角形的概率是（ ）。
- A. $\frac{3}{4}$
 - B. $\frac{1}{2}$
 - C. $\frac{1}{4}$
 - D. 1

【答案】 D

【解析】

这四条线段中任意两条线段之差最大为 $2\text{cm} < 3\text{cm}$ ，任意两条线段之和最小为 $7\text{cm} > 6\text{cm}$ ，所以任选三条都可以组成三角形，概率为1．

【标注】【知识点】列举法求概率

10. 在单词*happy*中随机选择一个字母，选到字母为*p*的概率是（ ）．

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

【答案】B

【解析】在*happy*中有5个字母，*p*有2个，随机选择一个字母为*p*的概率为 $\frac{2}{5}$ ．

【标注】【知识点】列举法求概率

11. 一个不透明的盒子中装有3个红球，2个黄球，这些球除了颜色外其余都相同，从中随机摸出3个小球，则事件“所摸3个球中必含有红球”是_____．（填“必然事件”、“随机事件”或“不可能事件”）．

【答案】必然事件

【解析】盒子中只有2个黄球，3个红球，
所以摸出3个球，必定至少有1个红球．

【标注】【知识点】必然事件

12. 下列事件是必然事件、不可能事件，还是不确定事件？

- （1）明天高新下雨：_____
- （2） $|a| < 0$ ：_____
- （3）锐角三角形的任意两内角之和大于第三个内角：_____

【答案】（1）不确定事件

（2）不可能事件

（3）必然事件

【标注】【知识点】必然事件

13. 在 $\square a^2 \square 2ab \square b^2$ 的三个空格中，顺次填上“+”或“-”，恰好能构成完全平方式的概率是_____．

【答案】 $\frac{1}{2}$

【解析】 $\because a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$,

$\therefore$ 有两种情况 $\begin{cases} +, + \\ -, - \end{cases}$,

$\therefore \frac{1}{2}$.

故答案为: $\frac{1}{2}$.

【标注】【知识点】列举法求概率

14. 在一副扑克牌中, 规定红桃、方片、大王为“红色”, 其余为黑色, 现从中任意抽取一张, ①这张牌是“A”; ②这张牌是“红色的”; ③这张牌是“大王”. 其中, 发生的可能性最小的事件的序号为 _____.

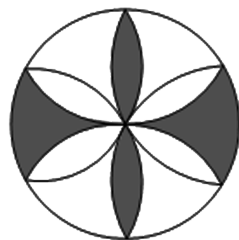
【答案】 ③

【解析】 $P_{(\text{这张牌是“A”})} = \frac{4}{54} = \frac{2}{27}$, $P_{(\text{这张牌是“红色的”})} = \frac{13+13+1}{54} = \frac{1}{2}$,

$P_{(\text{这张牌是“大王”})} = \frac{1}{54}$, $\frac{1}{54} < \frac{2}{27} < \frac{1}{2}$.

【标注】【知识点】列举法求概率

15. 如图所示的圆面图案是相同半径的圆与圆弧构成的, 若向圆面投掷飞镖, 则飞镖落在黑色区域的概率为 _____.



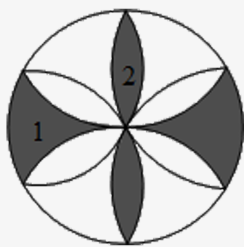
【答案】 $\frac{1}{3}$

【解析】 $\because$ 由图可看出圆面图案总面积 $S_{\text{总}} = 6S_1 + 6S_2$,

$\therefore$ 黑色区域的面积 $S_{\text{黑}} = 2S_1 + 2S_2 = \frac{1}{3}S_{\text{总}}$,

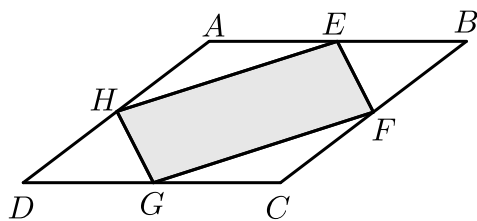
$\therefore$ 飞镖落在黑色区域的概率为 $\frac{1}{3}$;

故答案为 $\frac{1}{3}$.



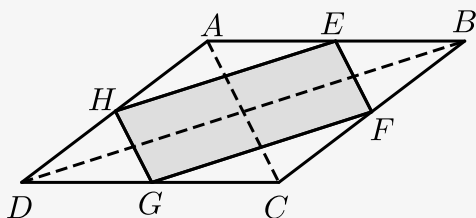
【标注】【知识点】几何概型

16. 如图，四边形 $ABCD$ 是菱形， E 、 F 、 G 、 H 分别是各边的中点，随机地向菱形 $ABCD$ 内掷一粒米，则米粒落到阴影区域内的概率是 _____ 。



【答案】 $\frac{1}{2}$

【解析】 连接 AC 、 BD ，则根据菱形的性质可得菱形 $ABCD$ 的面积 $=\frac{1}{2}AC \cdot BD$ ，



根据 E 、 F 、 G 、 H 为各边中点可得四边形 $HEFG$ 为矩形，

根据中点可得 $HE = FG = \frac{1}{2}BD$ ， $HG = EF = \frac{1}{2}AC$ ，

则矩形 $HEFG$ 的面积 $=\frac{1}{2}BD \cdot \frac{1}{2}AC = \frac{1}{4}AC \cdot BD$ ，

即四边形 $HEFG$ 的面积是菱形 $ABCD$ 面积的一半，则可得概率为 $P = \frac{1}{2}$ 。

【标注】【知识点】几何概型

17. 一个不透明的袋中装有红、黄、白三种颜色的球共50个，且红球比黄球多5个，它们除颜色外都相同。已知从袋中随机摸出一个球，摸出一个球是白球的概率是 $\frac{3}{10}$ 。
- (1) 求白球的个数。
- (2) 摸到红球的概率。

【答案】 (1) 白球的个数为15个。

$$(2) \frac{2}{5}.$$

【解析】(1) 令白球的个数为 x ,

摸出白球的概率 $=\frac{3}{10}$, 则可得 $\frac{x}{50}=\frac{3}{10}$, 则 $x=15$,

所以, 原来袋中白球的个数为15个.

(2) 已知白球个数为15个, 则黄球个数+红球个数=总球数-白球个数=35,

由题意可知, 红球个数-黄球个数=5, 故可得红球个数为20, 黄球的个数为15.

所以摸到红球的概率 $=\frac{20}{50}=\frac{2}{5}$.

【标注】【能力】运算能力

【知识点】几何概型

二、求概率的方法

1. 列举法和树状图

 线 索	 笔 记		
列举法 与 树状图			
	第一枚 第二枚	正面	反面
	正面	正正	反正
	反面	正反	反反
 总 结			

2. 用频率估计概率



线索

用频率估计概率



笔记

对一般的随机事件，在做大量重复试验时，随着试验次数的增加，一个事件出现的频率总在一个固定数的附近摆动，显示出一定的稳定性。因此，我们可以通过大量的重复试验，用一个随机事件发生的频率去估计它的概率。

【注意】从定义可以得到二者的联系，可用大量重复试验中事件发生频率来估计事件发生的概率。另一方面，大量重复试验中事件发生的频率稳定在某个常数(事件发生的概率)附近，说明概率是个定值，而频率随不同试验次数而有所不同，是概率的近似值，二者不能简单地等同。

【说明】只要试验的次数 n 足够大，频率就可以作为概率的估算值！



总结

例题

18. 在大量重复试验中，关于随机事件发生的频率与概率，下列说法正确的是（ ）。
- A. 频率就是概率
 - B. 频率与试验次数无关
 - C. 概率是随机的，与频率无关
 - D. 随着试验次数的增加，频率一般会越来越接近概率

【答案】D

【解析】随机事件 A 发生的频率，是指在相同条件下重复 n 次试验，事件 A 发生的次数 m 与试验总次数 n 的比值，与试验次数有关，故B错误；
但频率又不同于概率，频率本身是随机的，在试验前不能确定，无法从根本上刻画事件发生的可能性的，而概率是一个确定的常数，是客观存在的，与试验次数无关，故A错误；
在大量重复试验时，频率会逐步趋于稳定，总在某个常数附近摆动，且

摆动幅度很小，那么这个常数叫做这个事件发生的概率．由此可见，随着试验次数的增多，频率会越来越接近于概率，可以看作是概率的近似值，故C错误，故D正确．

【标注】【知识点】用频率估计概率

19. 在一个不透明的布袋中，红色、黑色、白色的乒乓球共有20个，除颜色外，形状、大小、质地等完全相同，小明通过多次摸球实验后发现其中摸到红色、黑色球的频率稳定在5%和15%，则口袋中白色球的个数很可能是（ ）．
- A. 3个 B. 4个 C. 10个 D. 16个

【答案】 D

【解析】 利用频率估计概率，得摸到红球和黑球的概率为5%和15%，
 $\therefore$ 摸到白球的概率为80%，
 $\therefore$ 估计袋中白球的个数为 $20 \times 80\% = 16$ ．

【标注】【知识点】用频率估计概率

20. 有两把不同的锁和三把钥匙，其中两把钥匙恰好分别能打开这两把锁，第三把钥匙不能打开这两把锁，任意取出一把钥匙去开任意的一把锁，一次打开锁的概率是（ ）．
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{9}$ D. $\frac{1}{6}$

【答案】 B

【解析】 表格如下：

	钥匙 1	钥匙 2	钥匙 3
锁1	1,1	1,2	1,3
锁2	2,1	2,2	2,3

其六种情况，

$$\therefore P = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} .$$

【标注】【知识点】列表法

21. 经过某十字路口的汽车，它可能继续直行，也可能向左或向右转．若这三种可能性的大小相同，则两辆汽车经过该十字路口全部继续直行的概率为 _____ ．

【答案】 $\frac{1}{9}$

【解析】列表得：

右	(直, 右)	(左, 右)	(右, 右)
左	(直, 左)	(左, 左)	(右, 左)
直	(直, 直)	(左, 直)	(右, 直)
	直	左	右

一共有9种情况，两辆汽车都直行的情况只有1种，
∴ 概率为 $\frac{1}{9}$.

【标注】【知识点】列表法

22. 某小组有5名学生，其中有3名女生和2名男生，现在要从这5名学生中抽取2名学生参加两项不同的活动 .

(1) 请用“列表法”或“树状图法”列出所有情况 .

(2) 求刚好抽到一男一女的概率 .

【答案】 (1) 画图见解析 .

(2) $\frac{3}{5}$.

【解析】 (1) 列表如下：

	女1	女2	女3	男1	男2
女1		女1女2	女1女3	女1男1	女1男2
女2	女1女2		女2女3	女2男1	女2男2
女3	女1女1	女2女3		女3男1	女3男2
男1	女1男1	女2男1	女3男1		男1男2
男2	女1男2	女2男2	女3男2	男1男2	

(2) 由 (I) 知，共有20种结果，其中一男一女共有12种，∴ $P(一女一男) = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$

【标注】【能力】推理论证能力

【能力】数据处理能力

【知识点】列表法

23.

甲、乙两人进行摸牌游戏，现有四张形状大小完全相同的牌，正面分别标有数字1，2，3，4. 将四张牌背面朝上，洗匀后放在桌子上. 甲从中随机抽取一张牌，记录数字后放回洗匀，乙再随机抽取一张.

(1) 请用列表法或画树状图的方法，求两人抽取相同数字的概率.

(2) 若两人抽取的数字差的绝对值等于1，则甲获胜；若抽取的数字差的绝对值大于1，则乙获胜，这个游戏公平吗？请用概率的知识加以解释.

【答案】 (1) $\frac{1}{4}$.

(2) 公平，详细见解析.

【解析】 (1) 树状图法：

$$P = \frac{4}{16} = \frac{1}{4},$$

列表法：

甲	1	2	3	4
乙				
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)

$$P = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}.$$

(2) 根据(1)中等表格可知两人抽取的数字之差的绝对值等于1的情况有6种，

分别是(1, 2)、(2, 1)、(2, 3)、(3, 2)、(3, 4)、(4, 3)，

$$\therefore \text{甲获胜的概率 } P = \frac{6}{16} = \frac{3}{8};$$

两人抽取的数字之差的绝对值大于1的情况有6种，

分别是(1, 3)、(1, 4)、(3, 1)、(4, 1)、(2, 4)、(4, 2)，

$$\therefore \text{乙获胜的概率为 } P = \frac{6}{16} = \frac{3}{8},$$

所以甲、乙获胜的概率一样大，因此这个游戏是公平的.

【标注】【知识点】树形图

小丽和小华想利用摸球游戏决定谁去参加市里举办的书法比赛，游戏规则是：在一个不透明的袋子里装有除数字外完全相同的4个小球，上面分别标有数字2，3，4，5．一人先从袋中随机摸出一个小球，另一人再从袋中剩下的3个小球中随机摸出一个小球．若摸出的两个小球上的数字和为偶数，则小丽去参赛；否则小华去参赛．

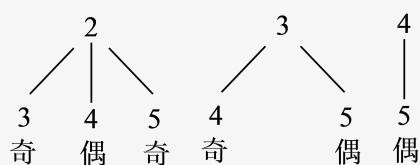
(1) 用列表法或画树状图法，求小丽参赛的概率．

(2) 你认为这个游戏公平吗？请说明理由．

【答案】 (1) $P_{\text{小丽参赛}} = \frac{1}{3}$ ．

(2) 不公平，证明见解析．

【解析】 (1) 方法一：树状图如下：



$$\therefore P_{\text{小丽参赛}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

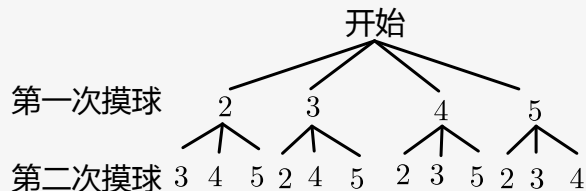
方法二：根据题意列表得：

第一次 第二次	2	3	4	5
2	- - -	(3, 2)	(4, 2)	(5, 2)
3	(2, 3)	- - -	(4, 3)	(5, 3)
4	(2, 4)	(3, 4)	- - -	(5, 4)
5	(2, 5)	(3, 5)	(4, 5)	- - -

由表可知所有可能结果共有12种，且每种结果发生的可能性相同，其中摸出的两个小球上的数字和为偶数的结果有4种，分别是(2, 4)、(3, 5)、(4, 2)、(5, 3)，

所以小丽参赛的概率为 $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ ．

方法三：根据题意画树状图如下：



由树状图可知所有可能结果共有12种，且每种结果发生的可能性相同，其中摸出的两个小球上的数字和为偶数的结果有4种，分别是(2, 4)、(3, 5)、(4, 2)、(5, 3)

所以小丽参赛的概率为 $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

(2) 方法一: $\because \frac{2}{3} > \frac{1}{3}$,

$\therefore$ 不公平 .

方法二: 游戏不公平, 理由为:

$\therefore$ 小丽参赛的概率为 $\frac{1}{3}$,

$\therefore$ 小华参赛的概率为 $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$,

$\therefore \frac{1}{3} \neq \frac{2}{3}$,

$\therefore$ 这个游戏不公平 .

【标注】【知识点】树形图

【知识点】游戏公平性

练习

25. 在 -2 、 -1 、 0 、 1 、 2 、 3 这六个数中, 任取两个数, 恰好互为相反数的概率为 () .

A. $\frac{2}{15}$

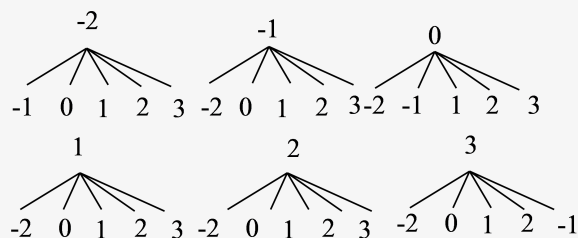
B. $\frac{1}{9}$

C. $\frac{5}{36}$

D. $\frac{1}{3}$

【答案】A

【解析】由题意画树状图得:



一共有30种可能, 符合题意的有4种, 故恰好互为相反数的概率为: $\frac{4}{30} = \frac{2}{15}$.

故选: A .

【标注】【知识点】列表法

26. 假定鸟卵孵化后, 雏鸟为雌鸟与雄鸟的概率相同. 如果3枚鸟卵全部孵化成功, 则3只雏鸟中恰有2只雄鸟的概率是 () .

A. $\frac{1}{8}$

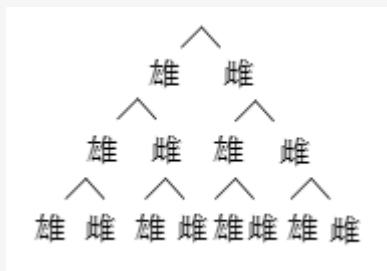
B. $\frac{3}{8}$

C. $\frac{5}{8}$

D. $\frac{3}{4}$

【答案】B

【解析】树状图如下，



共8种情况，两只雄鸟共3种，

$$\therefore P = \frac{3}{8}.$$

【标注】【知识点】树形图

27. 在一个不明的盒子中装有 n 个小球，它们除颜色外其他完全相同，其中有5个红球，每次摸球前先将盒中的球摇匀，随机摸出一个球记下颜色后再放回盒中，通过大量重复实验后发现，摸到红球的概率稳定在0.25附近，那么可以推算出 n 大约是_____.

【答案】20

【解析】根据大量的重复试验可知， $n = \frac{5}{0.25} = 20$.

【标注】【知识点】用样本估计总体

28. 一个袋子中装有7个白球和若干个红球（袋子中每个球除颜色外其余都相同）. 某活动小组在不将袋中球倒出来的情况下进行摸球实验，在进行了8000次试验后，把结果汇总起来后，摸到红球次数为6000次. 请你估计袋中红球接近_____个.

【答案】21

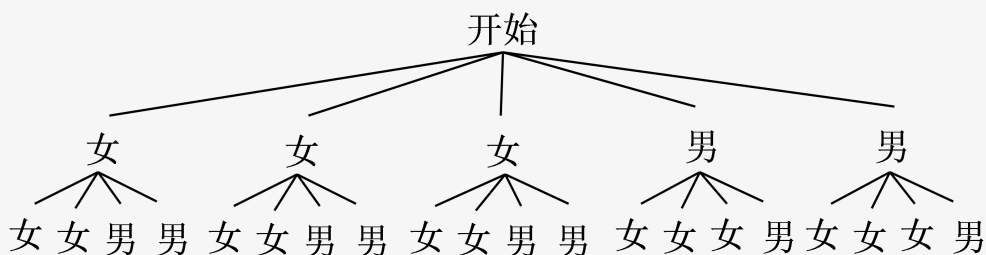
【解析】 $7 \div \left(1 - \frac{6000}{8000}\right) - 7 = 21$ （个）.

【标注】【知识点】统计综合

29. 某学校想了解九年级学生“一分钟内跳绳次数”的情况，随机选取了3名女生和2名男生，则从这5名学生中，选取2名同时跳绳，恰好选中一男一女的概率是_____.

【答案】 $\frac{3}{5}$

【解析】画树状图如下：



由树状图可知共有20中等可能性结果，其中抽到一男一女的情况有12种，所以抽到一男一女的概率为 $P = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$ 。

【标注】【知识点】树形图

30. 在四个完全相同的小球上分别写上1, 2, 3, 4四个数字，然后装入一个不透明的口袋内搅匀，从口袋内取出一个球记下数字后作为点P的横坐标x，放回袋中搅匀，然后再从袋中取出一个球记下数字后作为点P的纵坐标y，则点P(x, y)落在直线y = -x + 5上的概率是 _____。

【答案】 $\frac{1}{4}$

【解析】列表得：

	1	2	3	4
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)

∵共有16种等可能的结果，数字x、y满足y = -x + 5的有(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)，
∴点P(x, y)落在直线y = -x + 5上的概率是 $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ 。

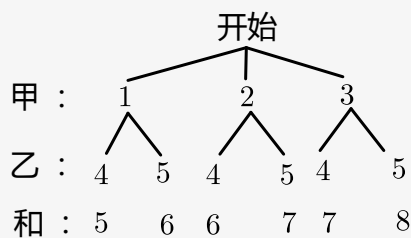
【标注】【知识点】列表法

31. 甲、乙两个不透明的口袋，甲口袋中装有3个分别标有数字1, 2, 3的小球，乙口袋中装有2个分别标有数字4, 5的小球，它们的形状、大小完全相同，现随机从甲口袋中摸出一个小球记下数字，再从乙口袋中摸出一个小球记下数字。
- (1) 请用列表或树状图的方法（只选其中一种），表示出两次所得数字可能出现的所有结果。
- (2) 求出两个数字之和能被3整除的概率。

【答案】(1) 画图见解析。

$$(2) \frac{1}{3}.$$

【解析】(1) 树状图如下：



(2) ∵ 共6种情况，两个数字之和能被3整除的情况数有2种，

∴ 两个数字之和能被3整除的概率为 $\frac{2}{6}$ ，

即 $P(\text{两个数字之和能被3整除}) = \frac{1}{3}$ 。

【标注】【知识点】树形图

32. 将四张分别写有数字1, 2, 3, 4的红色卡片放在一个不透明的盒中，三张分别写有数字1, 2, 3的蓝色卡片放在另一个不透明的盒中，卡片除颜色和数字外完全相同。现从两个盒内各任意抽取一张卡片，以红色卡片上的数字作为十位数字，蓝色卡片上的数字作为个位数字组成一个两位数。

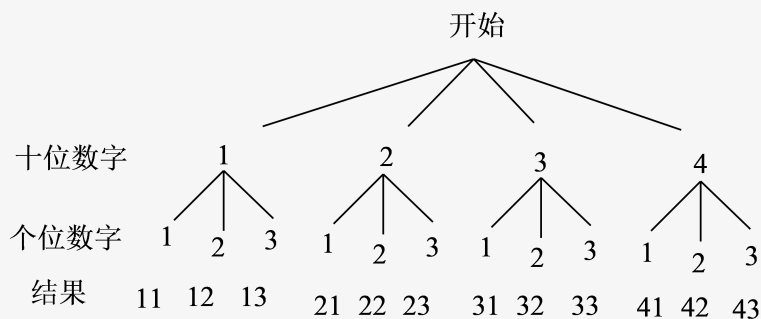
(1) 求组成的两位数是偶数的概率。

(2) 求组成的两位数大于22的概率。

【答案】(1) $\frac{1}{3}$ 。

(2) $\frac{7}{12}$ 。

【解析】(1) 画树状图如下：



由树状图可知，共有12种等可能结果，其中两位数是偶数的结果有4个，

故组成的两位数是偶数的概率为 $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ 。

(2) 由(1)中树状图可知，组成两位数大于22的概率为： $\frac{7}{12}$ 。

【标注】【知识点】树形图

33. 有两道门，各配有两把钥匙，这4把钥匙分别放在2个抽屉里，使每个抽屉里恰好有每一道门的一把钥匙．

(1) 若从其中一个抽屉里任取一把钥匙取开第一道门，直接写出能打开的概率．

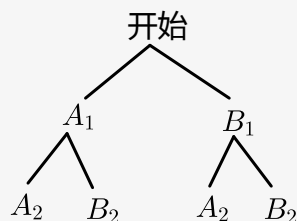
(2) 若从每个抽屉里任取一把钥匙，则这两把钥匙恰好能打开这两道门的概率是多少？(请列表或画出树状图)．

【答案】 (1) $\frac{1}{2}$.
(2) $\frac{1}{2}$.

【解析】 (1) 4把钥匙2把恰好能打开第一道门，

$$\therefore P = \frac{1}{2} .$$

(2) 假设可以开门A的钥匙为 A_1, A_2 ，可以开门B的钥匙为 B_1, B_2 ．且在一个抽屉中放 A_1, B_1 ，另一个抽屉放 A_2, B_2 ，则可画树状图为：



共有4种情况，这两把钥匙恰好能开这两门的概率为 $P = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

【标注】【知识点】树形图

34. 在一个口袋中有4个完全相同的小球，把它们分别标号为1, 2, 3, 4，从中随机地摸取一个小球，记下标号后放回；再从中随机地摸出一个小球，记下标号．

(1) 请用画树状图法(或列表法)列出所有可能的结果．

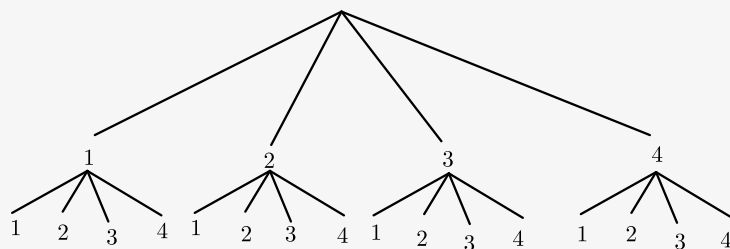
(2) 求两次取得小球的标号相同的概率．

(3) 求两次取得小球的标号的和等于4的概率．

【答案】 (1) 作图见解析．

(2) $\frac{1}{4}$.
(3) $\frac{3}{16}$.

【解析】 (1) 画树状图得：



则共有16种可能的结果．

(2) ∵两次摸取的小球标号相同的有4种情况，

∴两次摸取的小球标号相同的概率为： $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ ．

(3) ∵两次摸取的小球标号的和等于4的有3种情况，

∴两次摸取的小球标号的和等于4的概率为： $\frac{3}{16}$ ．

【标注】【知识点】树形图

35. 小莉的爸爸买了今年世博会的一张门票，她和哥哥两人都想去看，可门票只有一张，读九年级的哥哥想了一个办法．拿了八张扑克牌，将数字为1，2，3，5的四张牌给小莉，将数字为4，6，7，8的四张牌留给自己，并按如下游戏规则：小莉和哥哥从各自的四张牌中随机抽出一张，然后将抽出的两张扑克牌数字相加，如果和为偶数，则小莉去；如果和为奇数，则哥哥去．

(1) 请用树状图或列表法求小莉去制博会的概率．

(2) 哥哥设计的游戏规则公平吗？请说明理由．

【答案】 (1) $\frac{3}{8}$ ．

(2) 不公平．

【解析】 (1) 所有可能的结果如下表：

哥哥 小莉	4	6	7	8
1	(1, 4)	(1, 6)	(1, 7)	(1, 8)
2	(2, 4)	(2, 6)	(2, 7)	(2, 8)
3	(3, 4)	(3, 6)	(3, 7)	(3, 8)
5	(5, 4)	(5, 6)	(5, 7)	(5, 8)

一共有16种结果，每种结果出现的可能性相同．

和为偶数的概率为 $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$ ．

所以小莉去上海看世博会的概率为 $\frac{3}{8}$ ．

(2) 由(1)列表的结果可知：小莉去的概率为 $\frac{3}{8}$ ，哥哥去的概率为 $\frac{5}{8}$ ，

所以游戏不公平，对哥哥有利。

游戏规则改为：将两人手中的4和5交换一下，可使游戏公平。

【标注】【知识点】游戏公平性



学习千万条，预习第一条

